XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011 50 anos
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
do Comitê Interamericano de Educação Matemática

# As Infraestruturas Representacionais no Micromundo Mathsticks

Andreia Carvalho **Maciel** Barbosa
Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN, FFP – UERJ, CPII
Brasil
andreiamaciel@gmail.com
Claudia Cristina Soares de **Carvalh**o
Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN
Brasil
claucrimat@hotmail.com
Fabiane Guimarães Vieira **Marcondes**
Universidade Bandeirante de São Paulo – UNIBAN
Brasil
fabigvmarcondes@gmail.com

**Resumo**

Neste artigo, a partir das ideias de Kaput & Schorr (2007) sobre infraestruturas representacionais discutimos uma atividade do micromundo *Mathsticks* desenvolvido por Noss, Healy & Hoyles (1997) num dialeto do Logo. Essa atividade apresenta uma nova proposta de investigação de padrões figurais e, com isso, as novas infraestruturas representacionais que classificamos como de nível 02. Para a conexão entre o fazer matemática e novas tecnologias se faz necessário investigações sobre novas infraestruturas representacionais visando novas maneiras de contribuir para o campo da Educação Matemática.

*Palavras chave*: tecnologias, infraestruturas representacionais, micromundo, Logo, padrões figurais, ensino da álgebra.

## Introdução

No final da década de 70 e início de 80 experiências usando o computador na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), apoiadas nos estudos de Papert (1985), foram realizadas com crianças de escolas públicas que apresentavam dificuldades na leitura, escrita e cálculo. Essas experiências utilizavam a linguagem Logo e foram desenvolvidas pelo Laboratório de Estudos Cognitivos (LEC), do Instituto de Psicologia.

Em 1997, foi criado o Programa Nacional de Informática na Educação (ProInfo), vinculado à Secretaria de Educação a Distância (SEED) do Ministério da Educação (MEC), desenvolvido em parceria com as secretarias estaduais e algumas municipais, tendo como objetivos principais: (i) melhorar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem, (ii) possibilitar a criação de uma ecologia cognitiva nos ambientes escolares mediante a incorporação adequada das novas tecnologias da informação, (iii) propiciar uma educação voltada para o desenvolvimento científico e tecnológico e (iv) educar para uma cidadania global em uma sociedade tecnologicamente desenvolvida.

Observamos que no Brasil algumas ações para a integração do computador na educação, motivadas por experiências em outros países, foram feitas para atender aos interesses do Ministério de Ciência e Tecnologia de difundir a informática na sociedade. Assim, governo e pesquisadores de universidades organizaram-se visando a implantação de programas baseados no uso da informática.

Atualmente o governo está implementando o Programa "um computador por aluno" (PROUCA) que se justifica com bases na inclusão digital. As discussões do projeto foram iniciadas na Suíça em Janeiro de 2005. Em 2007, cinco escolas foram selecionadas para experimentos iniciais nos estados de São Paulo-SP, Porto Alegre-RS, Palmas-TO, Piraí-RJ e Brasília-DF. No ano de 2010, seis municípios brasileiros (Barra dos Coqueiros/SE; Caetés/PE; Santa Cecília do Pavão/PR; São João da Ponta/PA, Terenos/MS e Tiradentes/MG) foram contemplados integramente, 300 escolas selecionadas receberam *laptops* com acesso a internet para seus alunos e professores e foram oferecidas também capacitações aos gestores e professores preparando-os para a utilização desta tecnologia nas salas de aula.

Pelos projetos citados percebemos que os objetivos e investigações que visam a inclusão do computador nas escolas têm como interesse a melhoria do ensino e aprendizagem. Mas para que os programas realmente atendam a seus objetivos é preciso investigações científicas que permitam discutir o uso das ferramentas computacionais e suas potencialidades para a Educação, em nosso caso específico Educação Matemática.

Para contribuir com estas investigações, nos propomos discutir uma atividade sobre padrões figurais utilizando a linguagem Logo num micromundo chamado *Mathsticks*. Analisaremos esta atividade a partir da teoria das novas infraestruturas representacionais, ideia que começou a ser delineada na década de 90, na Universidade de Massachussets, pelo pesquisador James Kaput.

Iniciamos resgatando algumas ideias de Papert e o ambiente Logo. Em seguida, discutimos as novas infraestruturas representacionais e analisamos uma atividade sobre padrões figurais no micromundo *Mathsticks*.

## Papert e o Logo

Papert (1985) inspirou-se nas teorias desenvolvidas por Piaget, com quem trabalhou durante alguns anos. Para o autor, a criança deve ser vista como construtora de seu próprio conhecimento e essa construção pode ser mediada por outras pessoas ou apoiada em um ambiente, por exemplo, o computacional.

Interpretando o construtivismo piagetiano, Papert (1994) criou uma abordagem denominada construcionismo. Nessa abordagem, o computador é utilizado como uma ferramenta com a qual o aluno poderá construir o seu conhecimento. Papert (1985) defende que os computadores devem ser instrumentos flexíveis para que os alunos tenham condições de criar para si algo que desperte o desejo de explorar, descobrir, construir e aprender. Nesta proposta não é o computador que ensina o aluno e sim o aluno que ensina o computador.

Baseado nos princípios construcionistas, o grupo de pesquisadores do *Massachussetts Institute of Technology* (MIT-USA), liderado por Papert, desenvolveu a linguagem de programação Logo. O Logo como os softwares de Geometria Dinâmica são caracterizados como micromundos, uma espécie de simplificação do mundo real. Os micromundos funcionam como mundos com regras próprias, onde o usuário deve aprender a "viver" segundo as condições específicas do ambiente.

O Logo Gráfico é o mais utilizado, pois apresenta termos de programação usados no dia-a-dia. O cursor no Logo Gráfico é representado pela figura de uma Tartaruga que se movimenta no espaço da tela através de alguns comandos primitivos: *parafrente*, *paratrás*, *paradireita*, *paraesquerda*, dentre outros.

Num dialeto do Logo, o *Microworlds Project Builder* (MPB), que possui alguns aspectos de manipulação direta, foi escrito o micromundo *Mathsticks* por Noss, Healy e Hoyles (1997). Neste ambiente, os movimentos da tartaruga são controlados "apertando" comandos ou escrevendo uma linguagem de programação.

O *Mathsticks* tem na sua essência as ideias de Pappert (1985):

> […] um ambiente de aprendizagem interativa baseado no computador onde os pré-requisitos estão embutidos no sistema e onde os aprendizes podem tornar-se ativos, arquitetos construtores de sua própria aprendizagem. (p. 151)

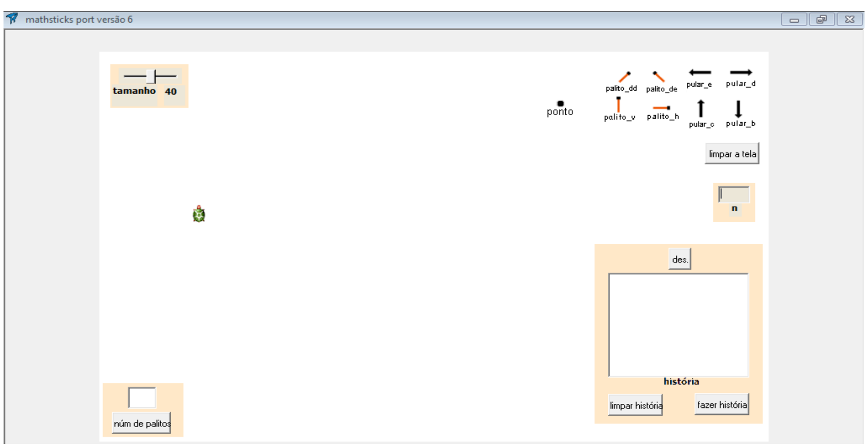



Figura 01: Tela inicial do Mathsticks

O *Mathsticks* apresenta comandos que fazem a tartaruga desenhar palitos horizontais, verticais, inclinados para a direita e inclinados para a esquerda. Apresenta as opções de pulo da tartaruga para a direita, esquerda, para cima e para baixo. A caixa *história* permite que um procedimento (escrito em linguagem de programação Logo) seja guardado e para revê-lo tem-se a opção *fazer história*. Na história, é possível utilizar o comando *repetir* e um número associado.

Este comando repete o número de vezes o que se quer, basta limitar os comandos escolhidos com colchetes. A opção *fazer história* executa o procedimento escrito.

## As novas infraestruturas de representação

Ao longo dos tempos nós, seres humanos, criamos diversos sistemas simbólicos para nos auxiliar na representação do mundo a nossa volta. Um exemplo disso é a escrita, que por meio de um número finito de símbolos (alfabeto) e regras nos ajuda a registrar fatos, compartilhar conhecimentos, descrever cenários, organizar nossa história como grupo social, etc. Outro exemplo, é o nosso atual sistema de numeração, usado para a representação de diversas situações que envolvam a necessidade de quantificação.

James Kaput, pesquisador da Universidade de Massachussets, por volta da década de 90, passou a estudar as maneiras usadas pela humanidade na representação de suas ideias, principalmente das ideias matemáticas. Nesse estudo surge o conceito de infraestrutura de representação que pode ser entendida como o conjunto de símbolos, ícones, esquemas, regras e conceitos que estão por trás das representações que fazemos das coisas do mundo a nossa volta.

Kaput e Schorr (2007) trazem significativos argumentos a respeito da importância dos sistemas de representação no desenvolvimento da cognição humana. Com relação à escrita, os autores observam que, durante muitos milênios, os humanos representavam o mundo a sua volta utilizando um sistema ideográfico, composto por cerca de 600 símbolos de complexo aprendizado. A dificuldade de representação era tamanha que apenas algumas pessoas, os escribas, depois de muito treinamento, eram capazes de entender esse sistema de escrita. A escrita foi gradativamente se tornando mais fonética, porém ainda de difícil assimilação pelos humanos. Um grande salto evolucional ocorreu quando os sistemas de escrita se tornaram alfabéticos. Deste modo, eles puderam ser compreendidos por qualquer pessoa, até mesmo as mais jovens.

A escrita é intitulada por Kaput e Schorr (2007) como uma infraestrutura de representação fundamental que mudou os meios pelos quais os humanos construíam seu mundo individualmente. Os humanos se tornaram capazes de comunicar, construir e acumular conhecimento através do tempo e do espaço. Outra mudança significativa, apontada pelos pesquisadores, refere-se à disponibilidade dos sistemas de escrita. Tal mudança está associada à invenção da prensa e com as diversas formas de componentes computacionais que disponibilizam novas infraestruturas de representação para toda uma sociedade.

É importante ter em mente a distinção entre a mudança na infraestrutura de representação, como a escrita alfabética, e a mudança no meio material pelo qual essa infraestrutura pode ser incorporada, como a prensa. Essas mudanças participam num tipo diferente de infraestrutura que combina infraestruturas tecnológicas, físicas e sociais.

Hoyles & Noss (2008) destacam que uma infraestrutura de representação é formada quando três fatores que interagem e co-evoluem simultaneamente: um objeto inicial, a infraestrutura necessária e um discurso que os relaciona. Para os autores não é possível dissociar as ideias matemáticas do sistema que a expressa. Papert (2006) apud Hoyles & Noss (2008) concorda com essa visão quando fala do sistema de numeração romano:

> Imagine que o pequeno número de pessoas capazes de fazer a multiplicação fosse um obstáculo ao progresso econômico e que os cientistas de aprendizagem fossem financiados para mobilizar todas as grandes ideias de como as pessoas aprendem para resolver a situação. Sem dúvida um ensino melhor iria aumentar o número de pessoas capazes de realizar a complexa arte de multiplicação. Mas alguma coisa fez isso muito mais eficaz: a invenção da aritmética árabe tornou uma habilidade esotérica numa coisa "básica". (p. 89). Nossa tradução.

Com relação ao desenvolvimento dos sistemas aritmético e algébrico, Kaput e Schorr (2007) argumentam que, assim como os sistemas de escrita, a evolução da aritmética e da álgebra ocorreu de forma lenta e gradativa até a criação de um eficiente sistema simbólico que permitiu aos humanos a realização de operações.

Diferentemente da escrita, a aritmética se estabilizou nos séculos XIII e XIV por meio de ações humanas baseadas em regras estabelecidas sobre símbolos e que se relacionam ao mundo físico. Essas regras constituem operações quantitativas sobre números que são representados por esses símbolos.

A aritmética evoluiu de forma semelhante à escrita devido ao fato de otimizar as ações humanas e, assim como ela, parece ter chegado a um ponto ideal. Tanto a escrita, como a aritmética, têm se mantido de forma estática durante os últimos anos. O sistema de aritmética, embora inicialmente uma ferramenta especial para fins de contabilidade, passou a ser parte da cultura geral e foi definido como ferramenta útil às necessidades de computação numérica para as sociedades ocidentais.

A álgebra aparece no cenário da história humana desde a época dos egípcios, 5000 anos atrás. Naquela época, já se resolviam equações com raciocínios escritos usando-se a simbologia local (álgebra retórica). Essa álgebra evoluiu gradativamente e, com Diofanto no século IV, se passou a usar um processo de abreviação das quantidades envolvidas nas equações (álgebra sincopada). Ao longo do primeiro milênio depois de Cristo, com a evolução dos conceitos fundamentais de número, o simbolismo algébrico gradualmente se libertou da linguagem escrita e passou a se apoiar em técnicas que dependiam do trabalho com os próprios símbolos de acordo com regras sistemáticas de transformação e substituição, ao invés das relações quantitativas as quais esses símbolos designavam. No entanto, foi só no século XVII que apareceram as mudanças mais significativas na álgebra em termos de uma nova infraestrutura de representação (álgebra simbólica). Essas mudanças envolvem o uso de regras e sintaxes para orientar expressões de generalidade. Nas tentativas de matematizar o mundo natural, o simbolismo se tornou mais compacto e padronizado.

Este último desenvolvimento da álgebra possibilitou um modo inteiramente novo de pensamento caracterizado pelo uso de um simbolismo operante, ou seja, um simbolismo que não apenas abrevia palavras, mas que representa um funcionamento combinado de operações. Este novo funcionamento da álgebra possibilitou a geração de poderosos sistemas de compreensão do mundo.

Este aspecto operatório da álgebra é poderoso para a matemática, mas é fonte de dificuldade para os alunos. Isso se deve a diversos fatores, um deles é o conflito entre o sistema algébrico e as características da língua natural. A álgebra é um sistema ideográfico, difícil de ser aprendido, apesar de suas raízes fonéticas. Além disso, em contraste com o sistema aritmético, o sistema algébrico foi construído por e para uma pequena elite intelectual em cujas mãos, permitiu a extensão do entendimento humano muito além do que era imaginado sem ele. O sistema algébrico foi projetado por especialistas sem levar em conta a sua capacidade de aprendizado pela população. Essa característica do sistema algébrico começou a incomodar os pesquisadores em educação matemática com a entrada do século XX, quando os sistemas de ensino ficaram populares e cresceu a necessidade conhecimentos quantitativos devido ao desenvolvimento industrial.

Assim como a escrita gradualmente se tornou um sistema humano estabelecido para dar sentido e comunicar ideias, mudando radicalmente para uma forma fonética, a álgebra também pode estar num processo de mudança. Neste caso, no lugar de um sistema auditivo-narrativo, ela está se tornando um sistema gráfico-visual. A álgebra se tornou mais visual quando se associou à geometria e, assim, pudemos representar funções de forma algébrica e gráfica. Mais recentemente nos tornamos capazes de relacionar essas duas características em ambientes computacionais.

Com o desenvolvimento da tecnologia e, por consequência, dos ambientes computacionais, Kaput e Schorr (2007) sugerem uma nova transição no que diz respeito ao sistema algébrico. Assim como a escrita se tornou uma poderosa infraestrutura de representação quando criou-se o alfabeto e a prensa, podendo assim ser mais facilmente aprendida pelo ser humano, ele espera que na álgebra aconteça uma mudança similar com o desenvolvimento dos meios computacionais. Os pesquisadores afirmam que o sistema de conhecimento que forma o núcleo do que é ensinado na escola no século XX foi construído usando-se algumas infraestruturas de representação que evoluíram (a escrita que se tornou alfabética) e por outras que foram elaboradas por uma elite intelectual (aritmética e álgebra operacional). Essas infraestruturas durante anos foram estáticas e inertes. Porém, com os meios computacionais, abre-se a possibilidade de um desenvolvimento: do estático e inerte para o dinâmico e interativo.

Os autores acreditam que estamos no meio de uma grande transição histórica no que diz respeito à evolução da infraestrutura usada para representar conceitos algébricos. Essa transição, como já mencionamos, é favorecida devido ao desenvolvimento da tecnologia e dos sistemas computacionais. Evidências dessa transição já podem ser percebidas em alguns resultados de pesquisas e em nossas práticas em sala de aula. Tais evidências podem aparecer em três níveis diferentes, que levam em consideração a condução a uma nova infraestrutura de representação para os conceitos matemáticos.

*Nível 01*. O conhecimento produzido de maneira estática e inerte poderá se tornar compreensível ao ser humano de outras maneiras usando-se a notação tradicional num sistema computacional. Pode-se fazer isso criando-se relações entre gráficos dinamicamente mutáveis, equações e tabelas. Isso já ocorre com o uso de alguns CAS (Computer Algebra System). Nesta abordagem, trabalhamos com a mesma "matemática do papel e lápis" usando um novo ambiente.

*Nível 02*. Usa-se os meios computacionais para tornar possível a construção de novas infraestruturas de representação. Essas novas infraestruturas ligadas aos meios computacionais permitem a reconstrução de conhecimentos previamente contruídos pela humanidade. É o caso do *Cabri-Géomètre*, que permite a reconstrução da geometria Euclidiana; do *SimCalc*, que permite a recontrução da relação entre a matemática do movimento e o cálculo diferencial e integral; do *Logo*, que permite a reconstrução de uma linguagem computacional. Não se trata de fazer a "matemática do papel e lápis" num ambiente diferente. Neste nível, é possível perceber características dos conceitos que não poderiam ser percebidas no ambiente tradicional. A interação, o movimento e o dinamismo proporcionado pelas ferramentas computacionais são responsáveis por novas representações dos conceitos.

*Nível 03*. Usa-se as tecnologias e os meios computacionais para a construção de novos sistemas de conhecimento que empregam novas infraestruturas de representação. São sistemas que apresentam múltiplas formas de representação, notação e relacionamentos do mesmo fenômeno. A ampliação do ambiente SimCalc, estudada pela equipe de James Kaput, que está por vir neste século, é um exemplo desse tipo de consequência. Infelizmente, o nível 03 é ainda uma utopia. O que observamos nas pesquisas e em nossa prática profissional é o uso limitado das ferramentas computacionais que, em grande parte, são usadas apenas para mudar a apresentação dos conceitos e não as representações do mesmo.

## Uma nova representação de padrões figurais

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – 6º ao 9º ano (Brasil,1997) o ensino da Álgebra é muitas vezes resumido a transformismos algébricos não garantindo aos alunos as capacidades de abstração e generalização que este campo da matemática permite. Fiorentini et al (1993) propõem um repensar a educação álgebrica atentando às características do pensamento algébrico: percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativa de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação problema e a generalização (Fiorentini et al, p. 87).

Zazkis e Liljedahl (2002) defendem a álgebra como um meio de pensamento e comunicação e propõem o uso de padrões para a introdução e o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Com base nas características do pensamento algébrico e o uso de padrões, discutiremos a seguir uma atividade[1] que trata da regularidade em padrões figurais e sua generalização. Essa atividade proposta no micromundo *Mathsticks* pode provocar uma mudança na infraestrutura de representação de conceitos algébricos.

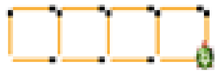
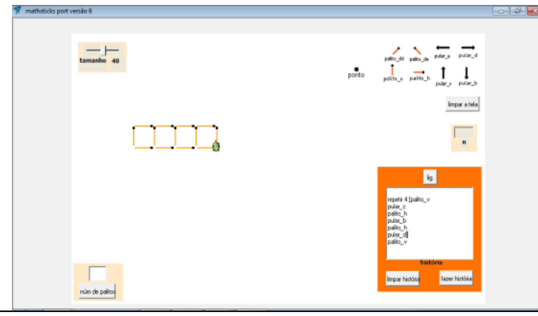
A criação do *Mathsticks* por Noss, Healy & Hoyles (1997) teve como motivação a constatação de que os métodos utilizados por alunos nas atividades com padrões figurais estavam se resumindo a construção de tabelas numéricas que não expressavam a estrutura do padrão e conduziam a induções ingênuas.

O micromundo *Mathsticks* possibilita uma nova forma de pensar sobre as generalizações de padrões figurais oferecendo um ambiente que combina o ritmo das ações com o visual e a representação simbólica (linguagem de programação - Logo).

A seguir, apresentamos um esquema contendo uma sequência de comandos do *Mathsticks* e a respectiva figura gerada na tela quando o mesmo é executado.

[1] Atividade elaborada pelo grupo “Rumo a Educação Matemática Inclusiva” da Universidade Bandeirante de São Paulo

*Tabela 01: exemplo de execução de comando*

| Comando | Figura | Tela do computador |
|---|---|---|
| Repetir 4 [palito_v<br>pular_c palito_h<br>pular_b palito_h<br>pular_d] palito_v |  |  |

O ambiente apresenta também a opção *limpar tela*, *tamanho dos palitos* e *número de palitos*. Se colocado na história *repetir n* é possível variar o valor de *n* na caixa chamada *n*, selecionando a opção *fazer história* uma nova figura é gerada.

Segundo Noss, Healy & Hoyles (1997), este micromundo é uma ferramenta útil para explorar a interação entre a criação do visual e os significados simbólicos. A imagem mental da tarefa é refletida nas ações e ritmo dos alunos em seus cliques nos ícones *palito* e *pula* e também, simultaneamente, a programação (símbolos) aparece na caixa *história* como uma "matriz" dos objetos gráficos (*ibidem*, 1997).

O micromundo é inspirado em padrões usando palitos, que são atividades presentes no currículo escolar. A proposta deste ambiente não é o transporte da atividade realizada em lápis e papel para o computador, como propõe o nível 01 discutido em Kaput e Schorr (2007). Trata-se de um "mundo novo" de palitos, impossível de ser visitado sem a ajuda do *Mathsticks*.

A atividade é dividida em três etapas. Na primeira, é apresentada uma sequência de figuras aos alunos e pede-se que os mesmos tentem desenhá-las com o auxílio das ferramentas do *Mathsticks*. Este é um momento de manipulação livre e de conhecimento das ferramentas do micromundo. Também nessa etapa, os alunos precisam investigar a estrutura das figuras para conseguirem escrever um procedimento que permita desenhar todas as figuras pedidas e quaisquer outras que queiram. Nesse momento é interessante que o professor aponte a necessidade de usar o comando *repetir* e a caixa *n*.

Etapa 01: *Programe uma história* que desenhe todas essas figuras:

Figura 8 Figura 1 Figura 4 Figura 6

Figura 02: Figuras da etapa 01 da atividade

As figuras não estão organizadas em ordem crescente como muitas vezes é apresentado em atividades de padrões figurais no lápis e papel. Isto por que o *Mathsticks* apresenta uma figura de cada vez e a exploração dessas figuras e sua estrutura vão se dar na sua construção individual e na busca do procedimento geral de todas as figuras. Uma nova representação do padrão é construída com o procedimento elaborado, procedimento esse que nasce do ritmo das ações executadas no micromundo.

A segunda etapa da atividade propõe uma associação entre o formato da figura, sua posição e a quantidade de palitos que ela contém. Esta associação pretende provocar a relação da estrutura com a quantidade de palitos em determinada posição.

Etapa 02:

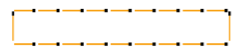
| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| |  | |  | |
| Figura | 3 | | 9 | 5 |
| Número de palitos | | 16 | | |

Figura 03: Relação entre número da figura e número de palitos da etapa 02 da atividade

Na última etapa pretende-se que os alunos escrevam em linguagem algébrica convencional a relação posição da figura e número de palitos. O que se pretende é que a nova representação das figuras em linguagem Logo ajude nessa transição.

Etapa 03: *Escreva sua história:*

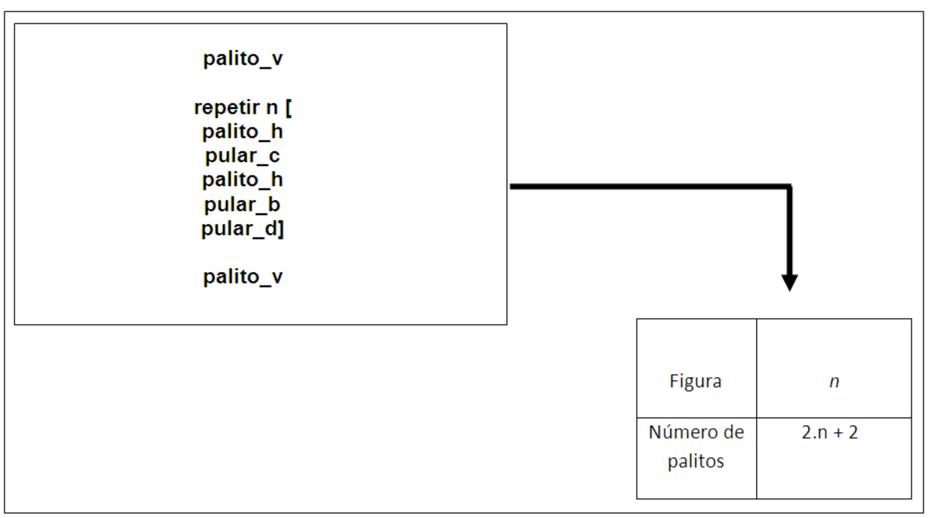



Figura 04: Exemplo de história da etapa 03 da atividade

As figuras desse padrão apresentam dois palitos fixos nas extremidades e a repetição de 2 palitos verticais no meio. Este fato é observado tanto na figura, quanto na história. Então, para achar o número de palitos de qualquer figura, é só multiplicar por 2 a repetição dos palitos no meio e depois somar os dois palitos fixos: $2 \times n + 2$.

Neste ambiente a discussão sobre a estrutura e a criação da programação em linguagem Logo são novas formas representacionais do estudo de padrões no ensino da álgebra. No micromundo *Mathsticks* novas e diferentes discussões algébricas surgem, que não seriam possíveis se a mesma atividade fosse proposta sem o seu uso.

## Considerações Finais

Neste artigo, baseados numa atividade no micromundo *Mathsticks,* discutimos novas infraestruturas representacionais de padrões visuais que surgem neste novo ambiente. Uma nova linguagem simbólica (Logo) é usada para generalizar a regularidade que é percebida por meio da interação no micromundo quando se constrói figuras específicas. Essas infraestruturas não poderiam ser discutidas em atividades tradicionais no lápis e papel, por isso podemos classificá-la no Nível 02 proposto por Kaput e Schorr (2007).

Como apresentamos no início do artigo, existem programas que pretendem implementar o uso de computadores nas aulas e consequentemente nas aulas de matemática, mas é preciso mais investigações científicas que ultrapassem o nível 01 e que apresentem propostas de investigação em nível 02, inovando as maneiras de fazer matemática. Segundo Kaput, Hoyles & Noss (2002) e Hoyles & Noss (2008) há uma desconexão entre o desenvolvimento tecnológico e o fazer matemática com o uso de tecnologias.

## Referências Bibliográficas

Brasil, Secretaria de Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática/Secretaria da Educação Fundamental***.** Brasília: MEC / SEF/SEF.

Fiorentini, D. & Miorim, M. A.; Miguel, A. (1993)**.** *A Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar***.** *Pro-Prosições* – Faculdade de Educação da Unicamp, v.4, n.1 [10], p. 79-91, mar.

Hoyles, C. & Noss, R (2008). *Next steps in implementing Kaput's research programme*. Published in Educational Studies in Mathematics*, 68. 2, 85-94, 2008.*

Kaput, J. *Understanding Deep Changes in Representational Infrastructures: Breaking Institutional and Mind-Forg'd Manacles.* Disponível em: http://www.kaputcenter. umassd.edu/downloads/products/publications/pkal.pdf. Acessado em 08 de outubro de 2010.

Kaput, J., Hoyles, C. & Noss, R. (2002) *Developing New Notations for a Learnable Mathematics in the Computational Era*. Handbook of International Research in Mathematics Education. London: Lawrence Erlbaum. p. 51-75.

Kaput, J. & Schorr, R. (2007). Changing representational infrastrucutures, changes most everything: the case of SimCalc, álgebra and calculus. In: HEID, M. K. BLUME, G. (Eds.), *Research on technology in the learning and teaching of mathematics: Syntheses and perspectives*. Disponível em: http://www.kaputcenter.umassd.edu

/downloads/simcalc/cc1/library/changinginfrastruct.pdf. Acessado em 08 de outubro de 2010.

Noss R. & Healy, L. & Hoyles, C. (1997). *The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic.* Published in Educational Studies in Mathematics, 33, 203-233, 1997.

Papert, S. (1985). *Logo: Computadores e educação.* São Paulo: Editora Brasiliense.

Papert, S. (1994) *A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Radford, L. (2008). Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns. In: *Different Contexts. ZDM - The International Journal on Mathematics Education*.

Zaskis, R.; Liljedahl, P. (2002). Generalization of Patterns: the tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation**.** *Educational Studies in Mathematics*, 49, p. 379-402.